

Задание 21. Алгебраические выражения, уравнения и неравенства**Задание 1.** Найдите значение выражения при данном условии:

- 1) $31a - 4b + 55$, если $\frac{a-4b+7}{4a-b+7} = 8$;
- 2) $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a-8b+2}{8a-5b+2} = 3$;
- 3) $39a - 15b + 25$, если $\frac{3a-6b+4}{6a-3b+4} = 7$;
- 4) $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$;
- 5) $25a - 5b + 22$, если $\frac{3a-7b+6}{7a-3b+6} = 4$;
- 6) $41a - 11b + 15$, если $\frac{4a-9b+3}{9a-4b+3} = 5$.

Задание 2. Упростите выражение:

1) $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$; 2) $\frac{100^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$; 3) $\frac{50^n}{5^{2n-1} \cdot 2^{n-3}}$; 4) $\frac{72^{n+1}}{2^{n+3} \cdot 6^{2n+1}}$.

Задание 3. Сократите дробь:

- 1) $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$;
- 2) $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \frac{5}{b}\right) \left(5b + \frac{1}{b}\right)$;
- 3) $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \frac{10}{b}\right) \left(10b + \frac{1}{b}\right)$;
- 4) $\frac{p(a)}{p(6-a)}$, если $p(c) = \frac{c(6-c)}{c-3}$;
- 5) $\frac{p(a)}{p(8-a)}$, если $p(c) = \frac{c(8-c)}{c-4}$;
- 6) $\frac{p(a)}{p(20-a)}$, если $p(c) = \frac{c(20-c)}{c-10}$.

Задание 4. Сократите дробь:

1) $\frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{(x-3)(x+2)}$ 3) $\frac{x^3 - 6x^2 - 4x + 24}{(x-6)(x-2)}$ 5) $\frac{ab - 5b + 10 - 2a}{a^2 - 25}$ 7) $\frac{a^2 - 4}{ab - 2b - 3a + 6}$

2) $\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{(x-2)(x+3)}$ 4) $\frac{x^3 - 5x^2 - 9x + 45}{(x-5)(x+3)}$ 6) $\frac{ab - 3b + 6 - 2a}{a^2 - 9}$ 8) $\frac{a^2 - 16}{ab - 4b - 3a + 12}$

Задание 5. Решите уравнение:

- 1) $(2x-2)^2(x-2) = (2x-2)(x-2)^2$; 9) $(x+5)^3 = 25(x+5)$;
 2) $(x-8)(4x-8)^2 = (x-8)^2(4x-8)$; 10) $(x+2)^3 = 4(x+2)$;
 3) $(2x-5)^2(x-5) = (2x-5)(x-5)^2$; 11) $(x+4)^3 = 16(x+4)$;
 4) $(x+3)(4x+2)^2 = (4x+2)(x+3)^2$; 12) $(x+9)^3 = 81(x+9)$;
 5) $(x-2)(x-3)(x-5) = (x-2)(x-4)(x-5)$; 13) $3x^2 - 7x + 29 = (x+4)^2$;
 6) $(x-7)(x-4)(x-6) = (x-7)(x-3)(x-6)$; 14) $4x^2 - 9x + 12 = (x+6)^2$;
 7) $(x+2)(x-13)(x-4) = (x+2)(x-5)(x-13)$; 15) $-3x^2 - 14x - 7 = (x-1)^2$;
 8) $(x-4)(x+5)(x+7) = (x+5)(x+7)(x-2)$; 16) $-4x^2 - 7x + 12 = (x-2)^2$.

Задание 6. Решите уравнение:

- 1) $x^6 = (6x-5)^3$; 4) $x^3 = 3x^2 + 4x$; 7) $(x-2)^2(x-3) = 20(x-2)$;
 2) $x^6 = (7x-12)^3$; 5) $x^3 = 2x^2 + 8x$; 8) $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$.
 3) $x^6 = (6x-8)^3$; 6) $x^3 = 4x^2 + 5x$;

Задание 7. Решите систему уравнений:

- 1) $\begin{cases} (x+6y)^2 = 7y, \\ (x+6y)^2 = 7x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (2x+6y)^2 = 8y, \\ (2x+6y)^2 = 8x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} (2x+y)^2 = 3y, \\ (2x+y)^2 = 3x; \end{cases}$
 4) $\begin{cases} y-2x = 6, \\ x^2 - xy + y^2 = 12; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 3x - y = 10, \\ x^2 + xy - y^2 = 20; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y - x = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17. \end{cases}$

Задание 8. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} 2x - y = -8, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y}{2} = -1; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{x+1}{3} - \frac{y}{5} = 2; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 3x - y = 15, \\ \frac{x+6}{2} - \frac{y}{3} = 6; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x - 2y = -8, \\ \frac{x+y-2}{4} = -1; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1; \end{cases}$$

7)
$$\begin{cases} 2x^2 + y = 4, \\ 4x^2 - y = 2; \end{cases}$$

8)
$$\begin{cases} 3x^2 + y = 6, \\ 4x^2 - y = 1; \end{cases}$$

9)
$$\begin{cases} (x-4)(x-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases}$$

10)
$$\begin{cases} (x-8)(y-9) = 0, \\ \frac{y-5}{x+y-13} = 4; \end{cases}$$

11)
$$\begin{cases} (x-6)(x-7) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-10} = 3; \end{cases}$$

12)
$$\begin{cases} (x-4)(y-7) = 0, \\ \frac{y-5}{x+y-9} = 2; \end{cases}$$

13)
$$\begin{cases} x^2 = 2y + 3, \\ x^2 + 6 = 2y + y^2; \end{cases}$$

14)
$$\begin{cases} x^2 = 11y + 3, \\ x^2 + 1 = 11y + y^2; \end{cases}$$

15)
$$\begin{cases} x^2 = 10y + 6, \\ x^2 + 3 = 10y + y^2; \end{cases}$$

16)
$$\begin{cases} x^2 = 17y + 2, \\ x^2 + 2 = 17y + y^2. \end{cases}$$

Задание 9. Решите неравенство:

1)
$$(x-3)(2x+3) < -7;$$

2)
$$(2x+1)(x-1) > 9;$$

3)
$$(x-1)(3x-5) < 1;$$

4)
$$(3x-2)(x+4) > -11;$$

5)
$$(4x-6)^2 \geq (6x-4)^2;$$

6)
$$(5x-8)^2 \geq (8x-5)^2;$$

7)
$$(3x-5)^2 \geq (5x-3)^2;$$

8)
$$(2x-7)^2 \geq (7x-2)^2;$$

9)
$$x^2(-x^2 - 64) \leq 64(-x^2 - 64);$$

10)
$$x^2(-x^2 - 49) \leq 49(-x^2 - 49);$$

11)
$$x^2(-x^2 - 25) \leq 25(-x^2 - 25);$$

12)
$$x^2(-x^2 - 9) \leq 9(-x^2 - 9).$$

Задание 10. Решите неравенство:

1)
$$\frac{x^2}{3} \geq \frac{3x+3}{4};$$

2)
$$\frac{x^2}{2} < \frac{2x+2}{3};$$

3)
$$\frac{x^2}{3} \geq \frac{8x-9}{5};$$

4)
$$\frac{x^2}{2} < \frac{11x-4}{5}.$$

Задание 11. Решите систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} 7(3x+2) - 3(7x+2) > 2x, \\ (x-5)(x+8) < 0; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4(9x+3) - 9(4x+3) > 3x, \\ (x-2)(x+9) < 0; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} (6x+2) - 6(x+2) > 2x, \\ (x-7)(x+6) < 0. \end{cases}$$

Задание 12. Решите систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} \frac{10-2x}{3+(5-2x)^2} \geq 0, \\ 2-7x \leq 14-3x; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \frac{7-7x}{2+(3-x)^2} \geq 0, \\ 6-9x \leq 31-4x; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{3-x}{1+(5-x)^2} \geq 0, \\ 8-7x \leq 12-3x; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{2-2x}{8+(2-6x)^2} \geq 0, \\ 5-9x \leq 37-5x. \end{cases}$$