ЗАДАНИЕ 23 ОГЭ.

ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА. ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ.

КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

1. (75, 314786) Постройте график функции

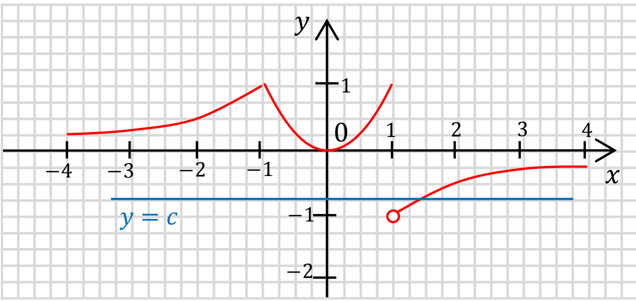
$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \le 1 \\ -\dfrac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Если $|x| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$, *то* $y = x^2$ *– квадратная функция, графиком её является парабола с вершиной в точке* $(0; 0)$, *ветви направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$, *проходящая через точки* $(-1; 1)$; $(1; 1)$.

Если $|x| > 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, *то* $y = -\frac{1}{x}$ *– обратная пропорциональность,* $D(y) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $E(y) = (-1; 0) \cup (0; 1)$, *графиком является гипербола, расположенная во II и IV четверти, т.к.* $k = -1 < 0$, *проходящая через точки* $\left(-4; \frac{1}{4}\right), \left(-3; \frac{1}{3}\right), \left(-2; \frac{1}{2}\right), \left(2; -\frac{1}{2}\right), \left(3; -\frac{1}{3}\right), \left(4; -\frac{1}{4}\right)$.



Прямая $y = c$ *пересекает график данной функции в одной точке, если она будет проходить через вершину параболы, т.е.* $c = 0$, *или в той части координатной плоскости, где расположена «одинокая» ветвь гиперболы, т.е. при* $-1 < c < 0$. *В совокупности получаем, что* $c \in (-1; 0]$.

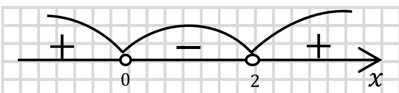
Ответ: $(-1; 0]$.

2. (311559) Постройте график функции $y = \frac{x-2}{\left(\sqrt{x^2-2x}\right)^2}$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Находим область определения функции.

$$x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x-2) > 0$$



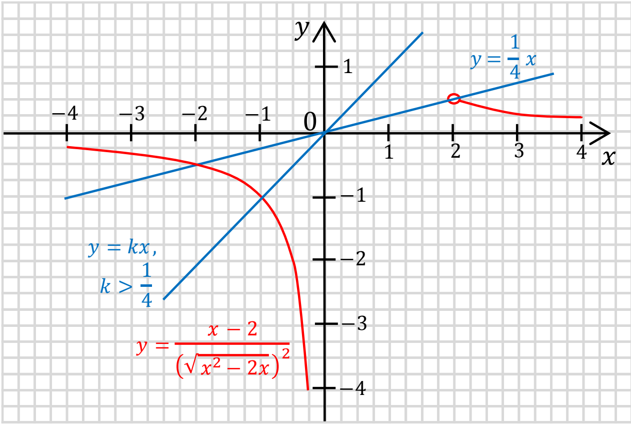
$$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

Значит, $D(y) = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Упростим выражение, задающее функцию.

$\frac{x-2}{\left(\sqrt{x^2-2x}\right)^2} = \frac{x-2}{x^2-2x} = \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{1}{x}$.

Значит, после упрощения, функция принимает вид: $y = \frac{1}{x}$ *– обратная пропорциональность, графиком является гипербола, расположенная в I и III четверти, т.к.* $k = 1 > 0$, *проходящая через точки* $\left(-4; -\frac{1}{4}\right), \left(-2; -\frac{1}{2}\right), (-1; -1), \left(-\frac{1}{2}; -2\right), \left(-\frac{1}{4}; -4\right), \left(2; \frac{1}{2}\right), \left(3; \frac{1}{3}\right),$ $\left(4; \frac{1}{4}\right)$, *причём, точка* $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ *– выколота.*



Функция $y = kx$ *является прямой пропорциональностью, значит, график её проходит через начало координат, при* $k > 0$ *прямая проходит через I и III четверть, а при* $k < 0$ *– через II и IV четверть. Чтобы эта прямая пересекала график данной функции ровно в одной точке, у неё, как минимум, коэффициент должен быть больше нуля. Одна из таких прямых проходит через выколотую точку, т.е. через точку* $\left(2; \frac{1}{2}\right)$. *Тогда* $\frac{1}{2} = k \cdot 2 \Longrightarrow k = \frac{1}{4}$, *значит, эта прямая задана формулой* $y = \frac{1}{4}x$. *Определяя все остальные прямые, пересекающие данный график в одной точке, замечаем, что у них угол наклона к положительному направлению оси Ox должен быть больше, чем у прямой* $y = \frac{1}{4}x$. *А теперь используем свойство углового коэффициента: чем больше положительный коэффициент* k, *тем больший угол составляет эта прямая с положительным направлением оси Ox, значит,* $k > \frac{1}{4}$.

Итак, прямая $y = kx$ *имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при* $k \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Ответ: $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

3. (311564) Постройте график функции $y = \frac{\left(\sqrt{x^2-5x+6}\right)^2}{x-3}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Решение.

Находим область определения функции.

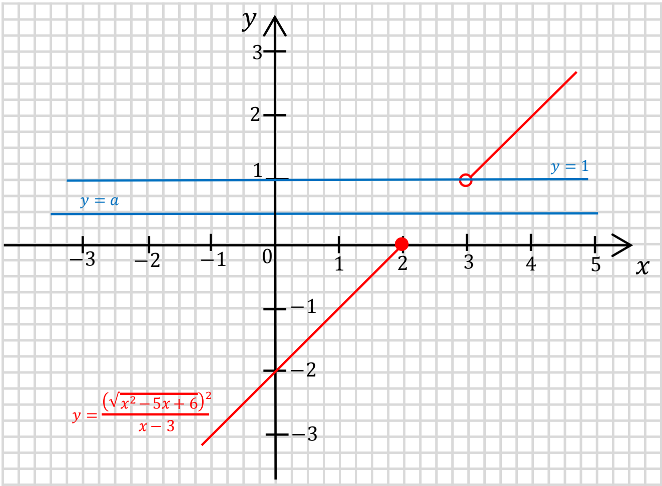
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geq 0, \\ x - 3 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x-2) \geq 0, \\ x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty), \\ x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$$

Значит, $D(y) = (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$

Упростим выражение, задающее функцию.

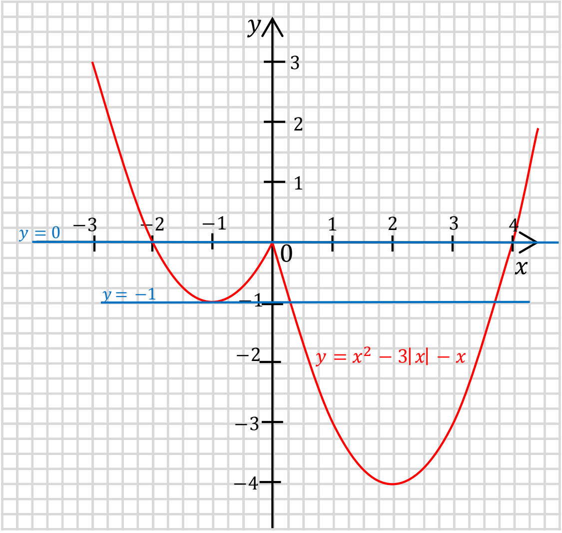
$\frac{\left(\sqrt{x^2-5x+6}\right)^2}{x-3} = \frac{(x-3)(x-2)}{x-3} = x - 2.$

Значит, после упрощения, функция принимает вид: $y = x - 2$ *– линейная функция, графиком является прямая, составляющая с положительным направлением оси Ох острый угол, т.к.* $k = 1 > 0$, *и проходящая через точки* $(0; -2), (4; 2)$. *В соответствии с областью определения, эта прямая будет иметь разрыв и выколотую точку* $(3; 1)$.



Прямая $y = a$ *параллельна оси Ох. Одна из таких прямых не будет иметь общих точек с графиком данной функции, если пройдёт через выколотую точку, т.е. при* $a = 1$. *Все остальные прямые должны быть расположены между осью Ох и прямой* $y = 1$, *т.е.* $0 < a < 1$. *В совокупности получаем, что прямая* $y = a$ *не имеет общих точек с графиком данной функции при* $a \in (0; 1]$.
Ответ: $(0; 1]$.

4. (311583, 314701) Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.
Решение.
Используя свойство модуля $\left(|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}\right)$, *данная функция имеет вид:*
$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{если } x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$
Если $x \geq 0$, *то* $y = x^2 - 4x$ *– квадратичная функция, графиком её является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$, $n = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4$, *т.е. вершина в точке* $(2; -4)$, *ветви направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на 2 ед. отрезка вправо, и смещением вдоль оси Оу на 4 ед. отрезка вниз.*
Если $x < 0$, *то* $y = x^2 + 2x$ *– квадратичная функция, графиком её является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$, $n = y(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) = -1$, *т.е. вершина в точке* $(-1; -1)$, *ветви направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на 1 ед. отрезок влево, и смещением вдоль оси Оу на 1 ед. отрезок вниз.*



По графику видно, что прямая $y = c$, параллельная оси Ох, будет пересекать график данной функции ровно в трёх точках только в двух случаях: когда она совпадает с осью Ох, т.е. $c = 0$, и в случае, если $c = -1$.

Ответ: $-1; 0$.

5. (311610) Постройте график функции $y = |x-2| - |x+1| + x - 2$ и найдите значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с ним ровно две общие точки.

Решение.

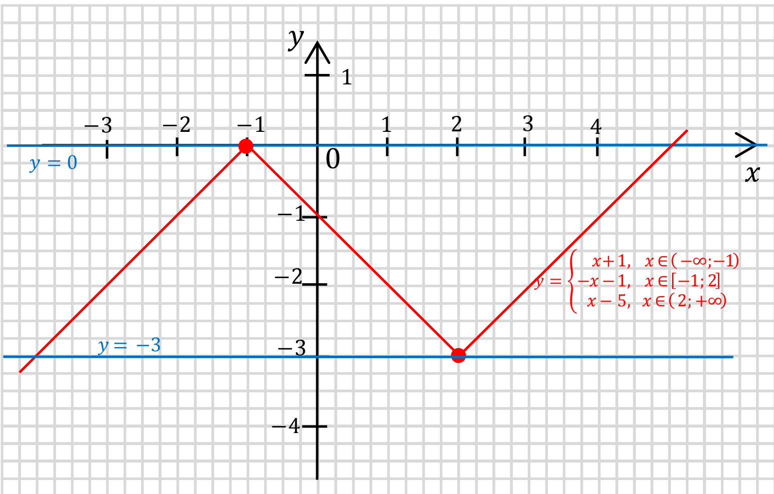
Поскольку $|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{если } x \geq 2 \\ -x+2, & \text{если } x < 2 \end{cases}$ *и* $|x+1| = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \geq -1 \\ -x-1, & \text{если } x < -1 \end{cases}$, *то все значения x разобьём на три части:* $(-\infty; -1), [-1; 2], (2; +\infty)$. *Тогда исходная функция принимает вид:*

$$y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x < -1 \\ -x-1, & \text{если } -1 \leq x \leq 2 \\ x-5, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

Если $x \in (-\infty; -1)$, *то* $y = x + 1$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная выколотой точкой* $(-1; 0)$, *и, проходящая через точку* $(-2; -1)$.

Если $x \in [-1; 2]$, *то* $y = -x - 1$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная точками* $(-1; 0), (2; -3)$.

Если $x \in (2; +\infty)$, *то* $y = x - 5$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная выколотой точкой* $(2; -3)$, *и, проходящая через точку* $(3; -2)$.

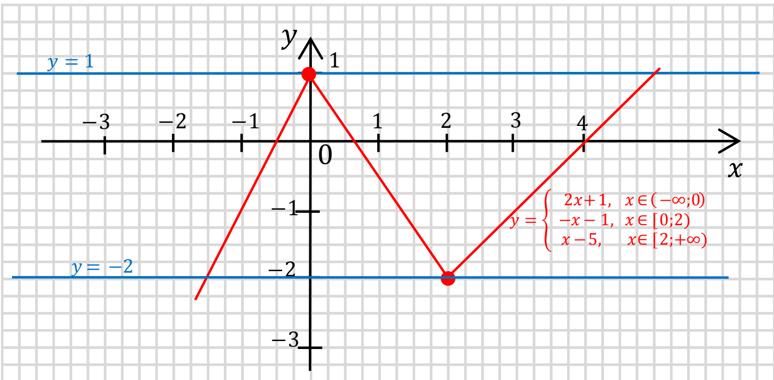


Поскольку точка $(-1;0)$ *является общей точкой для первой и второй функции, а точка* $(2;-3)$ *– для второй и третьей функции, то выколотых точек на графике не будет.*
Для того, чтобы прямая $y=m$ *имела с графиком данной функции ровно две общие точки, она должна проходить либо через точку* $(-1;0)$, *либо через точку* $(3;-2)$. *Значит, таких прямых будет только две:* $y=0$ *и* $y=-3$.
Ответ: -3; 0.

6. (311619) Постройте график функции

$$y=\begin{cases}2x+1, & \text{если } x<0,\\ -1{,}5x+1, & \text{если } 0\le x<2,\\ x-4, & \text{если } x\ge 2,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки.
Решение.
Если $x\in(-\infty;0)$, *то* $y=2x+1$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная выколотой точкой* $(0;1)$, *и, проходящая через точку* $(-1;-1)$.
Если $x\in[0;2)$, *то* $y=-1{,}5x+1$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная точкой* $(0;1)$ *и выколотой точкой* $(2;-2)$.
Если $x\in[2;+\infty)$, *то* $y=x-4$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная точкой* $(2;-2)$, *и, проходящая через точку* $(3;-1)$.
Поскольку точка $(0;1)$ *является общей точкой для первой и второй функции, а точка* $(2;-2)$ *– для второй и третьей функции, то выколотых точек на графике не будет.*



Для того, чтобы прямая $y=c$ *имела с графиком данной функции ровно две общие точки, она должна проходить либо через точку* $(0;1)$, *либо через точку* $(2;-2)$. *Значит, таких прямых будет только две:* $y=1$ *и* $y=-2$.

Ответ: -2; 1

7. (311662) Постройте график функции $y=\frac{|x|-4}{x^2-4|x|}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.
Решение.
Найдём область определения функции.

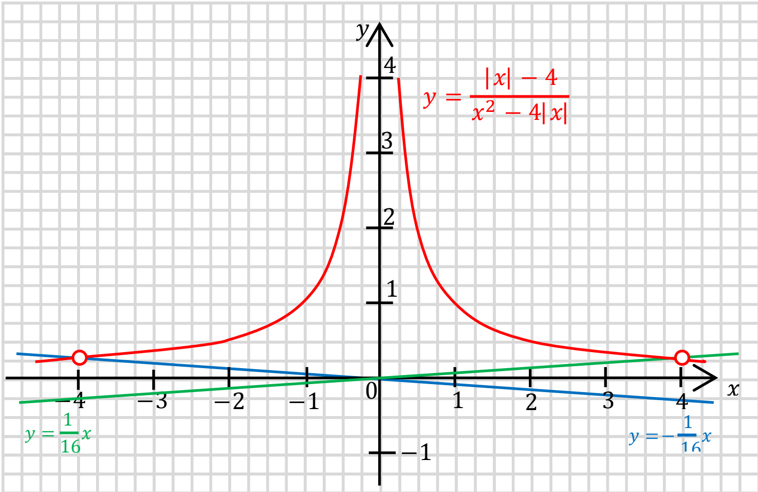
$$x^2-4|x|\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-4x\ne 0, & \text{если } x>0\\ x^2+4x\ne 0, & \text{если } x<0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ne 0\\ x\ne 4\\ x\ne -4\end{array}\right.$$

Значит, $D(y)=(-\infty;-4)\cup(-4;0)\cup(0;4)\cup(4;+\infty)$
Используя определение модуля, преобразуем выражение, задающее данную функцию.

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0 \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Если $x < 0$, *то* $y = -\frac{1}{x}$ – *обратная пропорциональность, графиком является ветвь гиперболы, расположенная во II четверти, с выколотой точкой* $\left(-4; \frac{1}{4}\right)$, *и проходящая через точки* $\left(-2; \frac{1}{2}\right), (-1; 1), \left(-\frac{1}{2}; 2\right), \left(-\frac{1}{4}; 4\right)$.

Если $x > 0$, *то* $y = \frac{1}{x}$ – *обратная пропорциональность, графиком является ветвь гиперболы, расположенная в I четверти, с выколотой точкой* $\left(4; \frac{1}{4}\right)$, *и проходящая через точки* $\left(\frac{1}{4}; 4\right), \left(\frac{1}{2}; 2\right), (1; 1), \left(2; \frac{1}{2}\right)$.



Прямая $y = kx$ *не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки, если она проходит через выколотые точки, либо совпадает с осью Ox. Значит, первая прямая проходит через точку* $\left(-4; \frac{1}{4}\right)$, *тогда* $\frac{1}{4} = k \cdot (-4) \Rightarrow k = -\frac{1}{16}$ *и прямая задана формулой* $y = -\frac{1}{16}x$; *вторая прямая проходит через точку* $\left(4; \frac{1}{4}\right)$, *тогда* $\frac{1}{4} = k \cdot 4 \Rightarrow k = \frac{1}{16}$ *и прямая задана формулой* $y = \frac{1}{16}x$, *третья прямая задана формулой* $y = 0$.

Ответ: $-\frac{1}{16}$; 0; $\frac{1}{16}$.

8. (311923) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x \le -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x > -1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y = a$.

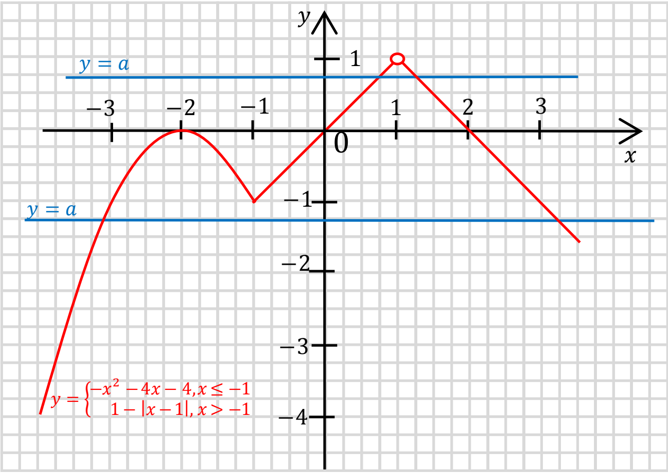
Решение.

Раскроем модуль в записи функции. $1 - |x - 1| = \begin{cases} x, & \text{если } -1 < x < 1 \\ -x + 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$

Тогда множество всех значений x разделено на промежутки: $(-\infty; -1] \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

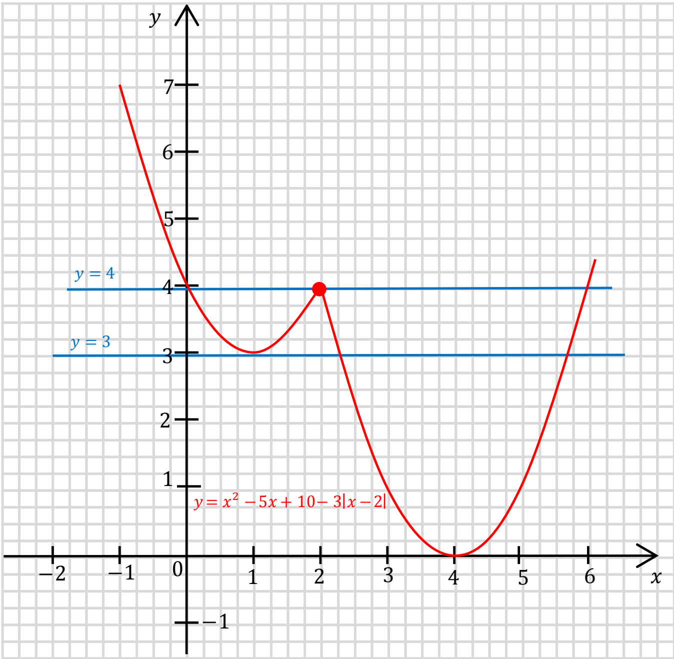
Если $x \in (-\infty; -1]$, *то* $y = -x^2 - 4x - 4 = -(x + 2)^2$ – *квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(-2; 0)$, *ветви направлены вниз, т.к.* $a = -1 < 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = -x^2$ *смещением вдоль оси Ox на 2 ед. отрезка влево.*

Если $x \in (-1; 1)$, *то* $y = x$ *– прямая пропорциональность, графиком является часть прямой, проходящей через начало координат, ограниченная выколотыми точками* $(-1; -1)$ *и* $(1; 1)$.
Если $x \in (1; +\infty)$, *то* $y = -x + 2$ *– линейная функция, графиком является часть прямой, ограниченная выколотой точкой* $(1; 1)$ *и проходящая через точку* $(2; 0)$.



Прямая $y = a$, *параллельная оси Ох, имеет с графиком данной функции ровно две общие точки, если* $a \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.
Ответ: $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

9. (316358) Постройте график функции $y = x^2 - 5x + 10 - 3|x - 2|$ и найдите все значения a, при которых он имеет ровно три общие точки с прямой $y = a + 3$.
Решение.
Раскроем модуль, используя его определение: $|x - 2| = \begin{cases} -x + 2, & \text{если } x \le 2 \\ x - 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$
Тогда множество всех значений x разбито на промежутки: $(-\infty; 2] \cup (2; +\infty)$.
Если $x \in (-\infty; 2]$, *то* $y = x^2 - 2x + 4$ *– квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$, $n = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 4 = 3$, *т.е. вершина в точке* $(1; 3)$. *Ветви параболы направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на 1 ед. отрезок вправо, и вдоль оси Оу на 3 ед. отрезка вверх. Парабола ограничена точкой* $(2; 4)$.
Если $x \in (2; +\infty)$, *то* $y = (x - 4)^2$ *– квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(4; 0)$, *ветви направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на 4 ед. отрезка вправо. Парабола ограничена выколотой точкой* $(2; 4)$.
Прямая $y = a + 3$ *имеет с графиком данной функции ровно три общие точки, если она пройдёт через точку* $(0; 3)$ *или через точку* $(0; 4)$. *Значит,* $a = 0; 1$.

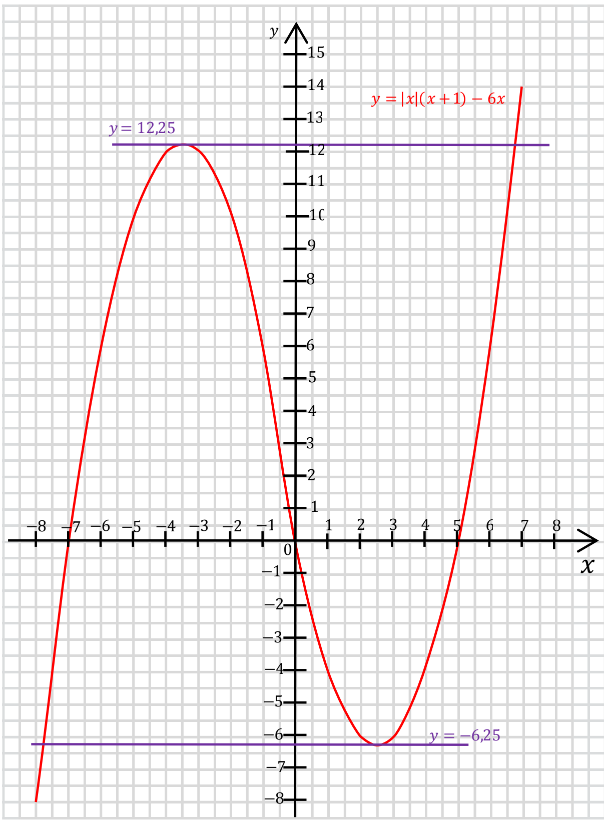


Ответ: $0; 1$.

10. (338160) Постройте график функции $y = |x|(x+1) - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Если $x \in (-\infty; 0]$, *то* $y = -x^2 - 7x$ – *квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = \frac{7}{-2} = -3{,}5$, $n = y(-3{,}5) = -(-3{,}5)^2 - 7 \cdot (-3{,}5) = 12{,}25$, *т.е. вершина в точке* $(-3{,}5; 12{,}25)$. *Ветви параболы направлены вниз, т.к.* $a = -1 < 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = -x^2$ *смещением вдоль оси Ох на* $3{,}5$ *ед. отрезка влево, и вдоль оси Оу на* $12{,}25$ *ед. отрезка вверх. Парабола ограничена точкой* $(0; 0)$.



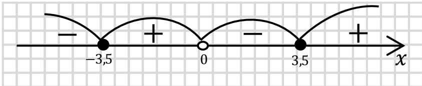
Если $x \in (0; +\infty)$, *то* $y = x^2 - 5x$ – *квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} = 2{,}5$, $n = y(2{,}5) = 2{,}5^2 - 5 \cdot 2{,}5 = -6{,}25$, *т.е. вершина в точке* $(2{,}5; -6{,}25)$. *Ветви параболы направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на* $2{,}5$ *ед. отрезка вправо, и вдоль оси Оу на* $6{,}25$ *ед. отрезка вниз. Парабола ограничена выколотой точкой* $(0; 0)$.

Т.к. точка $(0; 0)$ *является общей для двух парабол и в первой параболе она включена, то на графике выколотой точки не будет.*

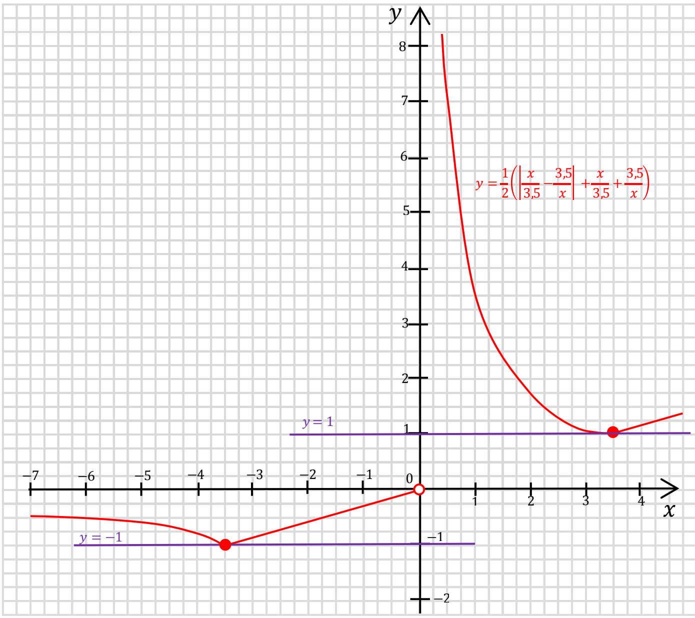
Прямая $y = m$, параллельная оси Ox, будет пересекать график данной функции ровно в двух точках, если она пройдёт через вершину каждой из парабол, т.е. через точки $(-3{,}5; 12{,}25)$ *и* $(2{,}5; -6{,}25)$. *Это будут прямые* $y = -6{,}25$ *и* $y = 12{,}25$.
Ответ: $-6{,}25$; $12{,}25$.

11. (338314) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3{,}5} - \frac{3{,}5}{x}\right| + \frac{x}{3{,}5} + \frac{3{,}5}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
Решение.
Раскроем модуль в записи функции. Для этого определим промежутки, на которых выражение, стоящее под знаком модуля, принимает положительные и отрицательные значения. Решим неравенство:

$$\frac{x}{3{,}5} - \frac{3{,}5}{x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3{,}5^2}{3{,}5x} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 3{,}5)(x + 3{,}5)}{3{,}5x} < 0$$



Значит, $\frac{x}{3{,}5} - \frac{3{,}5}{x} < 0$ *при* $x \in (-\infty; -3{,}5) \cup (0; 3{,}5)$
$\frac{x}{3{,}5} - \frac{3{,}5}{x} \geq 0$ *при* $x \in [-3{,}5; 0) \cup [3{,}5; +\infty)$.
Тогда исходная функция принимает вид:
Если $x \in (-\infty; -3{,}5) \cup (0; 3{,}5)$, *то* $y = \frac{1}{2}\left(-\frac{x}{3{,}5} + \frac{3{,}5}{x} + \frac{x}{3{,}5} + \frac{3{,}5}{x}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{x} = \frac{3{,}5}{x}$ – *обратная пропорциональность, графиком является гипербола, расположенная в I и III четверти, т.к.* $k = 3{,}5 > 0$ *и ограниченная выколотыми точками* $(-3{,}5; -1)$, $(3{,}5; 1)$. *Гипербола проходит через точки* $\left(-7; -\frac{1}{2}\right), \left(-5; -\frac{7}{10}\right), \left(-4; -\frac{7}{8}\right), \left(\frac{1}{2}; 7\right), (1; 3{,}5), \left(2; 1\frac{3}{4}\right), \left(3; 1\frac{1}{6}\right)$.
Если $x \in [-3{,}5; 0) \cup [3{,}5; +\infty)$, *то* $y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{3{,}5} - \frac{3{,}5}{x} + \frac{x}{3{,}5} + \frac{3{,}5}{x}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3{,}5} = \frac{x}{3{,}5} = \frac{2}{7}x$ – *прямая пропорциональность, графиком является часть прямой, проходящей через начало координат, ограниченная точками* $(-3{,}5; -1), (3{,}5; 1)$ *и выколотой точкой* $(0; 0)$.



Прямая $y = m$, параллельная оси Ox, имеет с графиком данной функции одну общую точку, если $m = -1$, *или* $m = 1$.
Ответ: -1; 1.

12. (338420) Постройте график функции $y = \frac{(x^2+3x)|x|}{x+3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Найдём область определения функции. $x + 3 \neq 0 \Longrightarrow x \neq -3$. *Значит,* $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$.

Упростим выражение, задающее функцию.

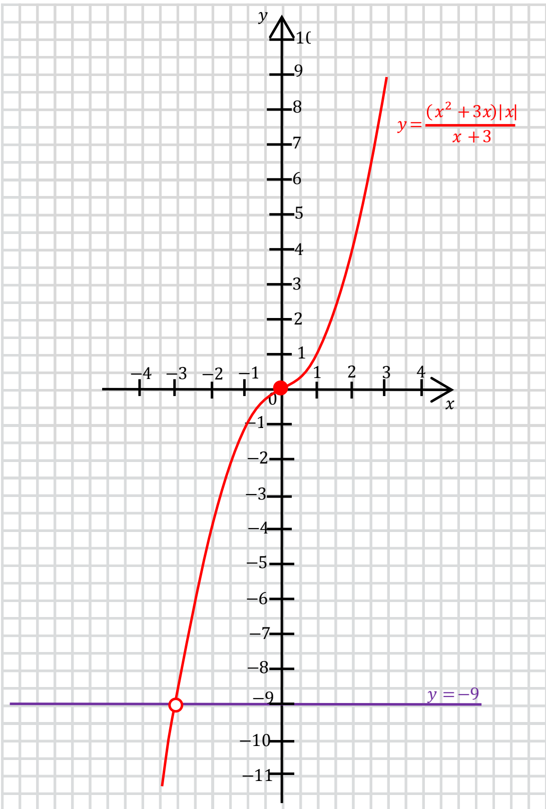
$$\frac{(x^2+3x)|x|}{x+3} = \frac{x(x+3)|x|}{x+3} = x|x| = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

Учитывая область определения, исходная функция задаётся следующим образом:

Если $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 0)$, *то* $y = -x^2$ *– квадратная функция, графиком является парабола с выколотой вершиной* $(0; 0)$, *ветви направлены вниз, т.к.* $a = -1 < 0$. *Парабола ограниченна точкой* $(0; 0)$ *и имеет выколотую точку* $(-3; -9)$.

Если $x \geq 0$, *то* $y = x^2$ *– квадратная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(0; 0)$, *ветви направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$, *ограниченная точкой* $(0; 0)$.

Т.к. точка $(0; 0)$ *является общей точкой для обеих парабол и во вторую параболу она включена, то выколотой будет только одна точка* $(-3; -9)$.



Прямая $y = m$, *параллельная оси Ox, не имеет общих точек с графиком данной функции, если она проходит через выколотую точку, т.е.* $y = -9$.

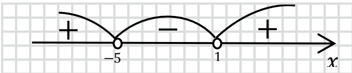
Ответ: -9.

13. (353274, 357002) Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Раскроем модуль в записи функции. Для этого определим промежутки, на которых выражение, стоящее под знаком модуля, принимает положительные и отрицательные значения. Решим неравенство:

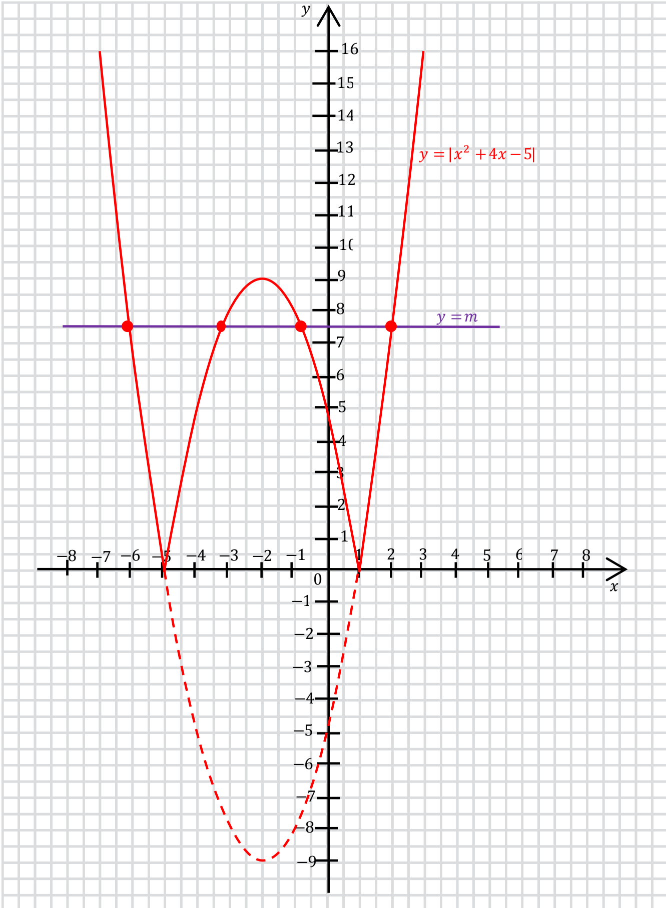
$$x^2 + 4x - 5 < 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 5) < 0$$



Значит, $x^2 + 4x - 5 < 0$ *при* $x \in (-5; 1)$

$x^2 + 4x - 5 \geq 0$ *при* $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Тогда исходная функция задаётся следующим образом:



Если $x \in (-5; 1)$, *то* $y = -x^2 - 4x + 5$ *– квадратичная функция, графиком является парабола с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{-2} = -2$,

$n = y(-2) = -(-2)^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 9$, *т.е. вершина в точке* $(-2; 9)$. *Ветви параболы направлены вниз, т.к.* $a = -1 < 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = -x^2$ *смещением вдоль оси Ох на* 2 *ед. отрезка влево, и вдоль оси Оу на* 9 *ед. отрезков вверх. Парабола ограничена выколотыми точками* $(-5; 0)$ *и* $(1; 0)$.

Если $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$, *то*

$y = x^2 + 4x - 5$ *– квадратичная функция, графиком является часть параболы с вершиной в точке* $(m; n)$, *где* $m = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$, $n = y(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) - 5 = -9$, *т.е. вершина в точке* $(-2; -9)$. *Ветви параболы направлены вверх, т.к.* $a = 1 > 0$. *График этой функции получается из графика функции* $y = x^2$ *смещением вдоль оси Ох на* 2 *ед. отрезка влево, и вдоль оси Оу на* 9 *ед. отрезка вниз. Парабола имеет разрыв на промежутке* $(-5; 1)$ *и ограничена точками* $(-5; 0)$ *и* $(1; 0)$.

Так как точки $(-5; 0)$ *и* $(1; 0)$ *являются общими для обеих парабол, и включены во вторую параболу, то выколотых точек на графике не будет.*

Прямая $y = m$, *параллельная оси Ох, может иметь с графиком данной функции максимум* 4 *общие точки, при этом,* $m \in (0; 9)$.

Ответ: 4.

ЗАДАЧИ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. (101, 314690) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \dfrac{5}{x}, & \text{если } x \geq 1 \\ x^2 + 4x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

2. (205, 314758) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ -\dfrac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

3. (314761) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -\dfrac{5}{x}, & \text{если } x \geq 1 \\ -x^2 - 4x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в трёх точках.

4. (333320, 338465) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -4 \\ -\dfrac{16}{x}, & \text{если } x < -4 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

5. (333346) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2 \\ -\dfrac{18}{x}, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

6. (353117) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 8x + 16, & \text{если } x \geq -5 \\ -\dfrac{5}{x}, & \text{если } x < -5 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

7. (314700) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -\dfrac{5}{x}, & \text{если } x \leq -1 \\ x^2 - 4x, & \text{если } x > -1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в трёх точках.

8. (314777) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \frac{5}{x}, & \text{если } x \le -1 \\ -x^2 + 4x, & \text{если } x > -1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в трёх точках.

9. (314759) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \le 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

10. (314770) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } |x| \le 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

11. (333024) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 6x - 3, & \text{если } x \ge 2 \\ -x + 7, & \text{если } x < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

12. (333103) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - x + 13, & \text{если } x \ge -5 \\ -x - 7, & \text{если } x < -5 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

13. (333129) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & \text{если } x \ge -3 \\ x + 9, & \text{если } x < -3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

14. (333156) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 13, & \text{если } x \ge 3 \\ x - 5, & \text{если } x < 3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

15. (341228) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 8x + 10, & \text{если } x \ge -5 \\ x, & \text{если } x < -5 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

16. (341229) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & \text{если } x \ge 4 \\ x - 3, & \text{если } x < 4 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

17. (339278) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2, & \text{если } x \geq -3 \\ -x - 4, & \text{если } x < -3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

18. (340878) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5, & \text{если } x \geq 1 \\ x + 1, & \text{если } x < 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

19. (340904) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 13, & \text{если } x \geq 2 \\ 2{,}5x, & \text{если } x < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

20. (341394) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 8x + 16, & \text{если } x \geq -5 \\ -\dfrac{5}{x}, & \text{если } x < -5 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

21. (353280) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 27, & \text{если } x \geq 4 \\ x - 1, & \text{если } x < 4 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

22. (349278) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x \geq -2 \\ -x + 1, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23. (349791) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \geq -3 \\ -x + 1, & \text{если } x < -3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24. (350022) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 10x - 21, & \text{если } x \geq 3 \\ -x + 3, & \text{если } x < 3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

25. (350313) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -3 \\ -x - 5, & \text{если } x < -3 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

26. (350370) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 - 2x - 3, & \text{если } x \geq -2 \\ -x - 5, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

27. (351480) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2 \\ x + 3, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

28. (353173) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & \text{если } x \geq 2 \\ x + 1, & \text{если } x < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

29. (311571) Постройте график функции $y = \frac{\left(\sqrt{16-x^2}\right)^2}{x+4}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

30. (311609) Постройте график функции $y = \frac{\left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2}{x}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

31. (314673) Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 2x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

32. (314678) Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 2x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

33. (314680) Постройте график функции $y = x^2 - 5|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

34. (314702) Постройте график функции $y = x + 3|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

35. (314705) Постройте график функции $y = 2x + 4|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

36. (314710) Постройте график функции $y = 2x + 6|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

37. (314714) Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| - 2x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

38. (314715) Постройте график функции $y = -x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

39. (314719) Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

40. (314722) Постройте график функции $y = -2x + 4|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

41. (314724) Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

42. (338249) Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

43. (338409) Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 8$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

44. (341230) Постройте график функции $y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком три общие точки.
45. (338105) Постройте график функции $y = 4|x + 6| - x^2 - 11x - 30$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
46. (338253) Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
47. (357034, 349820) Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 7|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
48. (357035, 349903) Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 5|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
49. (357036, 351607) Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 5|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
50. (357037, 348620) Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
51. (357038, 350144) Постройте график функции $y = x^2 - |8x + 1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
52. (357039, 350436) Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 7|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
53. (357041, 351540) Постройте график функции $y = x^2 - |6x + 1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
54. (357042, 351212) Постройте график функции $y = x^2 - |8x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
55. (353344) Постройте график функции $y = x^2 - 8x - 4|x - 3| + 15$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
56. (348398) Постройте график функции $y = x^2 + 3x - 4|x + 2| + 2$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
57. (348579) Постройте график функции $y = x^2 + 14x - 3|x + 8| + 48$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
58. (348663) Постройте график функции $y = 4|x - 3| - x^2 + 8x - 15$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
59. (348666) Постройте график функции $y = x|x| + 2|x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
60. (348988) Постройте график функции $y = |x|(x - 1) - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
61. (349043) Постройте график функции $y = |x|(x + 1) - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
62. (349426) Постройте график функции $y = |x|(x - 1) - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
63. (349508) Постройте график функции $y = x^2 - 9x - 2|x - 4| + 20$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
64. (349735) Постройте график функции $y = x^2 - 5x - 5|x - 2| + 6$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
65. (349824) Постройте график функции $y = x^2 + 3x - 3|x + 2| + 2$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

66. (350039) Постройте график функции $y = 5|x-3| - x^2 + 7x - 12$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
67. (350067) Постройте график функции $y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
68. (350407) Постройте график функции $y = 3|x+8| - x^2 - 14x - 48$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
69. (350480) Постройте график функции $y = 4|x+2| - x^2 - 3x - 2$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
70. (350677) Постройте график функции $y = 3|x+7| - x^2 - 13x - 42$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
71. (350812) Постройте график функции $y = x^2 - 11x - 2|x-5| + 30$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
72. (350868) Постройте график функции $y = x|x| + 2|x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
73. (350925) Постройте график функции $y = x^2 - 7x - 5|x-3| + 12$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
74. (351157) Постройте график функции $y = 2|x-4| - x^2 + 9x - 20$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
75. (351199) Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
76. (352027) Постройте график функции $y = x^2 - |2x+1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
77. (352189) Постройте график функции $y = x^2 + 13x - 3|x+7| + 42$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
78. (352513) Постройте график функции $y = x|x| - |x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
79. (352181) Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.
80. (311611) Постройте график функции $y = |x-1| - |x+3| + x + 4$ и найдите значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с ним ровно две общие точки.
81. (311771) Постройте график функции $y = |x-1| - |x+1| + x$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
82. (311827) Постройте график функции $y = |x-1| - |x+1|$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
83. (311859) Постройте график функции $y = |x-3| - |x+3|$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
84. (316295) Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1|$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
85. (316332) Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1| - x$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.
86. (311620) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1{,}5x + 2, & \text{если } x < 0, \\ 2 - x, & \text{если } 0 \le x < 1, \\ x, & \text{если } x \ge 1, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.
87. (339148) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x-3, & \text{если } x < 3, \\ -1{,}5x+4{,}5, & \text{если } 3 \le x \le 4, \\ 1{,}5x-7{,}5, & \text{если } x > 4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

88. (340993) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2{,}5x-1, & \text{если } x < 1, \\ -2{,}5x+4, & \text{если } 1 \le x \le 3, \\ 1{,}5x-8, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

89. (341025) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 3x-3{,}5, & \text{если } x < 2, \\ -3x+8{,}5, & \text{если } 2 \le x \le 3, \\ 3{,}5x-11, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

90. (341057) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2{,}5x-3{,}5, & \text{если } x < 2, \\ -3x+7{,}5, & \text{если } 2 \le x \le 3, \\ x-4{,}5, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

91. (351944) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1{,}5x-3, & \text{если } x < 2, \\ 3x+3, & \text{если } 2 \le x \le 3, \\ 3x-10{,}5, & \text{если } x > 3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

92. (349086) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x-0{,}5, & \text{если } x < -2, \\ -2x-6{,}5, & \text{если} -2 \le x \le -1, \\ x-3{,}5, & \text{если } x > -1, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

93. (338162, 357028) Постройте график функции $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

94. (355301) Постройте график функции $y = \frac{2{,}5|x|-1}{|x|-2{,}5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

95. (355426) Постройте график функции $y = \frac{1{,}5|x|-1}{|x|-1{,}5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

96. (357029) Постройте график функции $y = \frac{3{,}5|x|-1}{|x|-3{,}5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

97. (357030) Постройте график функции $y = \frac{4{,}5|x|-1}{|x|-4{,}5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

98. (357031) Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

99. (357032) Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

100. (357033) Постройте график функции $y = \frac{|x|-1}{|x|-x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

101. (316384) Постройте график функции $y = x^2 - x + 3 - 3|x|$ и найдите все значения a, при которых он имеет ровно три общие точки с прямой $y = a - 4$.

102. (349165) Постройте график функции $y = |x|(x + 2) - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

103. (349509) Постройте график функции $y = |x|(x + 2) - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

104. (351412) Постройте график функции $y = |x|(x + 1) - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

105. (351861) Постройте график функции $y = |x|(x - 1) - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

106. (341284) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

107. (341289) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right| + \frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

108. (353515) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{6} - \frac{6}{x}\right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

109. (357537) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x}\right| + \frac{x}{4,5} + \frac{4,5}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

110. (357538) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x}\right| + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

111. (351539) Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{4} - \frac{4}{x}\right| + \frac{x}{4} + \frac{4}{x}\right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

112. (338435) Постройте график функции $y = \frac{(x^2-3x)|x|}{x-3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

113. (357013) Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2+1,5x)|x|}{x+2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

114. (357014) Постройте график функции $y = \frac{(0,25x^2+0,5x)|x|}{x+2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

115. (357015) Постройте график функции $y = \frac{(0,5x^2+2x)|x|}{x+4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

116. (357017) Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2-0,75x)|x|}{x-1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

117. (357018) Постройте график функции $y = \frac{(0{,}75x^2+2{,}25x)|x|}{x+3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

118. (357019) Постройте график функции $y = \frac{(0{,}5x^2-x)|x|}{x-2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

119. (357020) Постройте график функции $y = \frac{(0{,}25x^2-x)|x|}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

120. (357021) Постройте график функции $y = \frac{(x^2-x)|x|}{x-2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

121. (357022) Постройте график функции $y = \frac{(0{,}5x^2-0{,}5x)|x|}{x-1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

122. (338455, 356999) Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

123. (348457, 357005) Постройте график функции $y = |x^2 + 5x + 4|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

124. (349264, 357008) Постройте график функции $y = |x^2 - 4x + 3|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

125. (349717, 357006) Постройте график функции $y = |x^2 + 2x - 3|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

126. (349723, 357003) Постройте график функции $y = |x^2 + 5x + 6|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

127. (350697, 357000) Постройте график функции $y = |x^2 + x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

128. (350791, 357009) Постройте график функции $y = |x^2 - 9|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

129. (352500) Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

130. (352577, 357012) Постройте график функции $y = |x^2 + 3x + 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

ОТВЕТЫ

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ответ	$(0;5)$	$[0;1)$	$(-5;0)$	$\{0\}\cup[4;+\infty)$	$\{0\}\cup[9;+\infty)$	$\{0\}\cup[1;+\infty)$	$(0;5)$	$(-5;0)$	$(-1;0)$

№ задачи	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
ответ	$[0; 1)$	$5; 6$	$-2; 14$	$2; 6$	$-3;\ -2$	$-5;\ -6$	$0; 1$	$-1; 3$	$1; 2$	$4; 5$

№ задачи	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
ответ	$\{0\} \cup [1; +\infty)$	$2; 3$	$3; 4$	$4; 5$	$0; 4$	$-2; 2$	$-3;\ -2$	$0; 1$	$2; 3$	$[0; 8)$

№ задачи	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
ответ	$(0; 3]$	$-1; 0$	$-4; 0$	$-4; 0$	$0; 1$	$0; 1$	$0; 4$	$-4; 0$	$0; 4$	$-1; 0$	$0; 1$	$0; 4$

№ задачи	42	43	44	45	46	47	48	49	50
ответ	$[-9; -1] \cup [0; +\infty)$	4	$-2{,}25; 0$	$0; 2{,}25$	$-1; 0{,}5625$	$-2; 1\frac{13}{36}$	$-4;\ \frac{25}{36}$	$-9; 1\frac{9}{16}$	$-3;\ \frac{1}{16}$

№ задачи	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
ответ	$-15;\ \frac{1}{64}$	$3; 3\frac{1}{16}$	$-8;\ \frac{1}{36}$	$-13;\ \frac{9}{64}$	$0;\ -1$	$0;\ -2\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}; 0$	$0; 1$	$-\frac{1}{4}; 6\frac{1}{4}$	$-2\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}$	$-1; 4$

№ задачи	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
ответ	$-4; 1$	$-2\frac{1}{4};\ -\frac{1}{4}$	$-4; 0$	$-1; 0$	$0; 4$	$0; 4$	$0;\ \frac{1}{4}$	$0; 2\frac{1}{4}$	$0; 1$	$-\frac{1}{4}; 0$	$-2\frac{1}{4}; 12\frac{1}{4}$

№ задачи	73	74	75	76	77	78	79	80
ответ	$-4; 0$	$0;\ \frac{1}{4}$	$-4; 9$	$(-2; 0) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$	$-1; 0$	$-9; 4$	$[-4; -1] \cup [0; +\infty)$	$1; 5$

№ задачи	81	82	83	84
ответ	$(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$	$(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

№ задачи	85	86	87	88	89	90	91	92
ответ	$(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$	$2; 1$	$-1{,}5; 0$	$-3{,}5; 1{,}5$	$-0{,}5; 2{,}5$	$-1{,}5; 1{,}5$	$-1{,}5; 0$	$-4{,}5;\ -2{,}5$

№ задачи	93	94	95	96	97	98	99	100

ответ	$-9; 0; 9$	$-6\frac{1}{4}; 0; 6\frac{1}{4}$	$-2\frac{1}{4}; 0; 2\frac{1}{4}$	$-12\frac{1}{4}; 0; 12\frac{1}{4}$	$-20\frac{1}{4}; 0; 20\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{16}; 0; \frac{1}{16}$	$-\frac{1}{4}; 0; \frac{1}{4}$	$-1; 0; 1$

№ задачи	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
ответ	$6; 7$	$-2\frac{1}{4}; 12\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}; 6\frac{1}{4}$	$-4; 9$	$-9; 4$	$-1; 1$	$-1; 1$	$-1; 1$	$-1; 1$	$-1; 1$

№ задачи	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
ответ	$-1; 1$	9	-3	-1	-8	0,75	$-6,75$	2	4	4	0,5	4	4

№ задачи	124	125	126	127	128	129	130
ответ	4	4	4	4	4	4	4